Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas
Nivel medio
Prueba 1

Miércoles 11 de noviembre de 2015 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

8815 – 7309

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

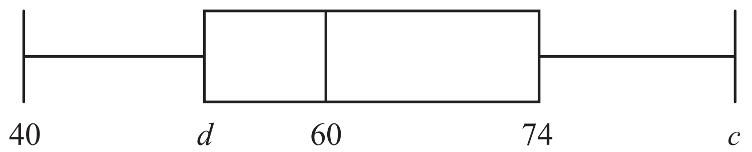
Sección A

Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

El siguiente diagrama de caja y bigotes representa las notas que obtuvieron en un examen un grupo de alumnos.

Notas del examen



(a) Escriba la mediana de las notas obtenidas. [1]

El rango de las notas es igual a 47 puntos, y el rango intercuartil es igual a 22 puntos.

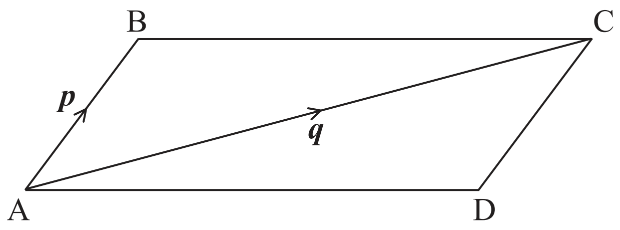
(b) Halle el valor de

(i) c ;

(ii) d . [4]

2. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra el paralelogramo ABCD.



Sean $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \boldsymbol{p}$ y $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boldsymbol{q}$. Halle cada uno de los siguientes vectores en función de $\boldsymbol{p}$ y/o de $\boldsymbol{q}$.

(a) $\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ [2]

(b) $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ [2]

(c) $\overrightarrow{\mathrm{DB}}$ [3]

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

3. [Puntuación máxima: 6]

Sea $f'(x) = 6x^2 - 5$. Sabiendo que $f(2) = -3$, halle $f(x)$.

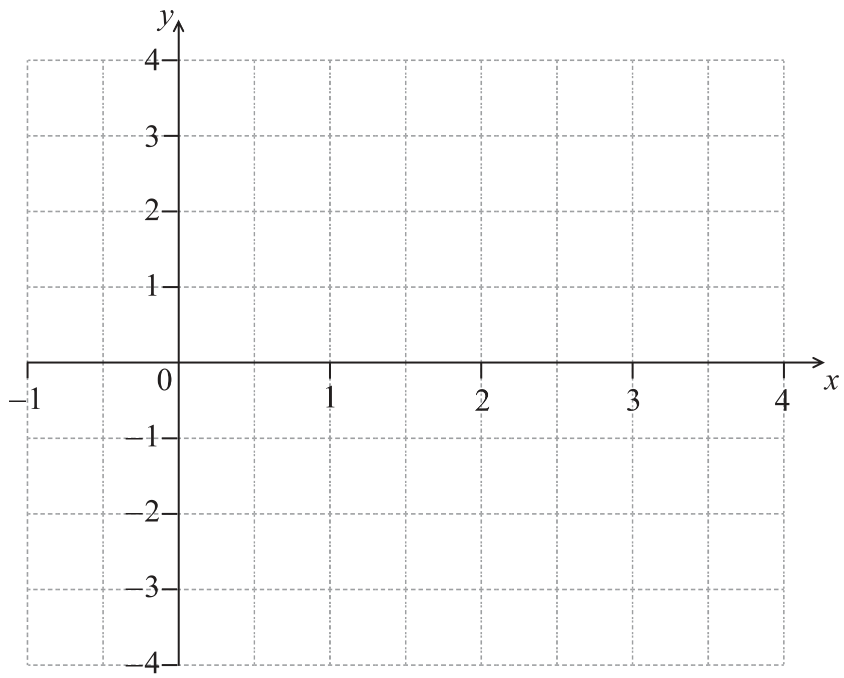
4. [Puntuación máxima: 7]

Sea $f(x) = 3\,\mathrm{sen}(\pi x)$.

(a) Escriba la amplitud de f. [1]

(b) Halle el período de f. [2]

(c) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f(x)$, para $0 \le x \le 3$. [4]



5. [Puntuación máxima: 6]

Sea $f(x) = (x-5)^3$, para $x \in \mathbb{R}$.

(a) Halle $f^{-1}(x)$. [3]

(b) Sea g una función tal que $(f \circ g)(x) = 8x^6$. Halle $g(x)$. [3]

6. [Puntuación máxima: 7]

En el desarrollo de $(3x + 1)^n$, el coeficiente del término en x^2 es $135n$, donde $n \in \mathbb{Z}^+$.
Halle n.

7. [Puntuación máxima: 6]

En una progresión aritmética el primer término es $\ln a$ y la diferencia es $\ln 3$.
El $13.^{\circ}$ término de la progresión es $8\ln 9$. Halle el valor de a.

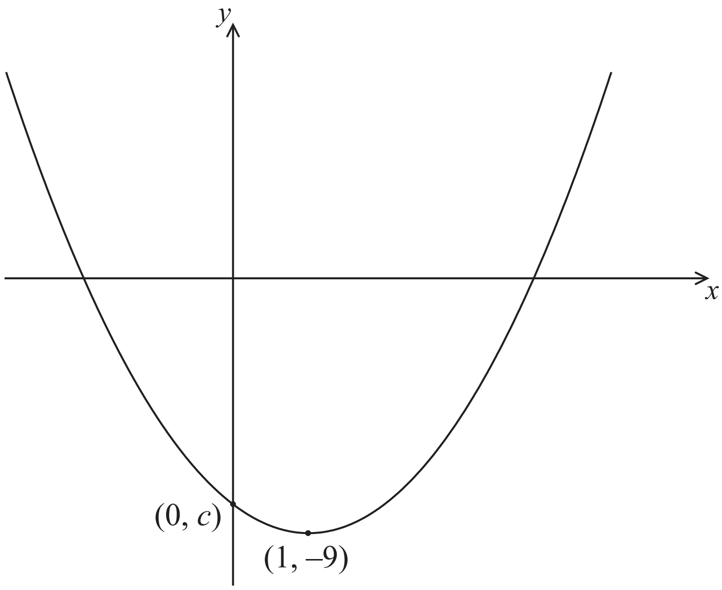
No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de la función cuadrática f.



El vértice está situado en $(1, -9)$, y el gráfico corta al eje y en el punto $(0, c)$.

La función se puede escribir de la forma $f(x) = (x-h)^2 + k$.

(a) Escriba el valor de h y el de k. [2]

(b) Halle el valor de c. [2]

Sea $g(x) = -(x-3)^2 + 1$. El gráfico de g se obtiene realizando una simetría del gráfico de f respecto al eje x, seguida de la traslación $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

(c) Halle el valor de p y el de q. [5]

(d) Halle la coordenada x de los puntos de intersección de los gráficos de f y g. [7]

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

Una recta L_1 pasa por los puntos $\mathrm{A}(0\,,-3\,,1)$ y $\mathrm{B}(-2\,,5\,,3)$.

(a) (i) Muestre que $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(ii) Escriba una ecuación vectorial para L_1. [3]

Una recta L_2 tiene por ecuación $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Las rectas L_1 y L_2 se cortan en el punto C.

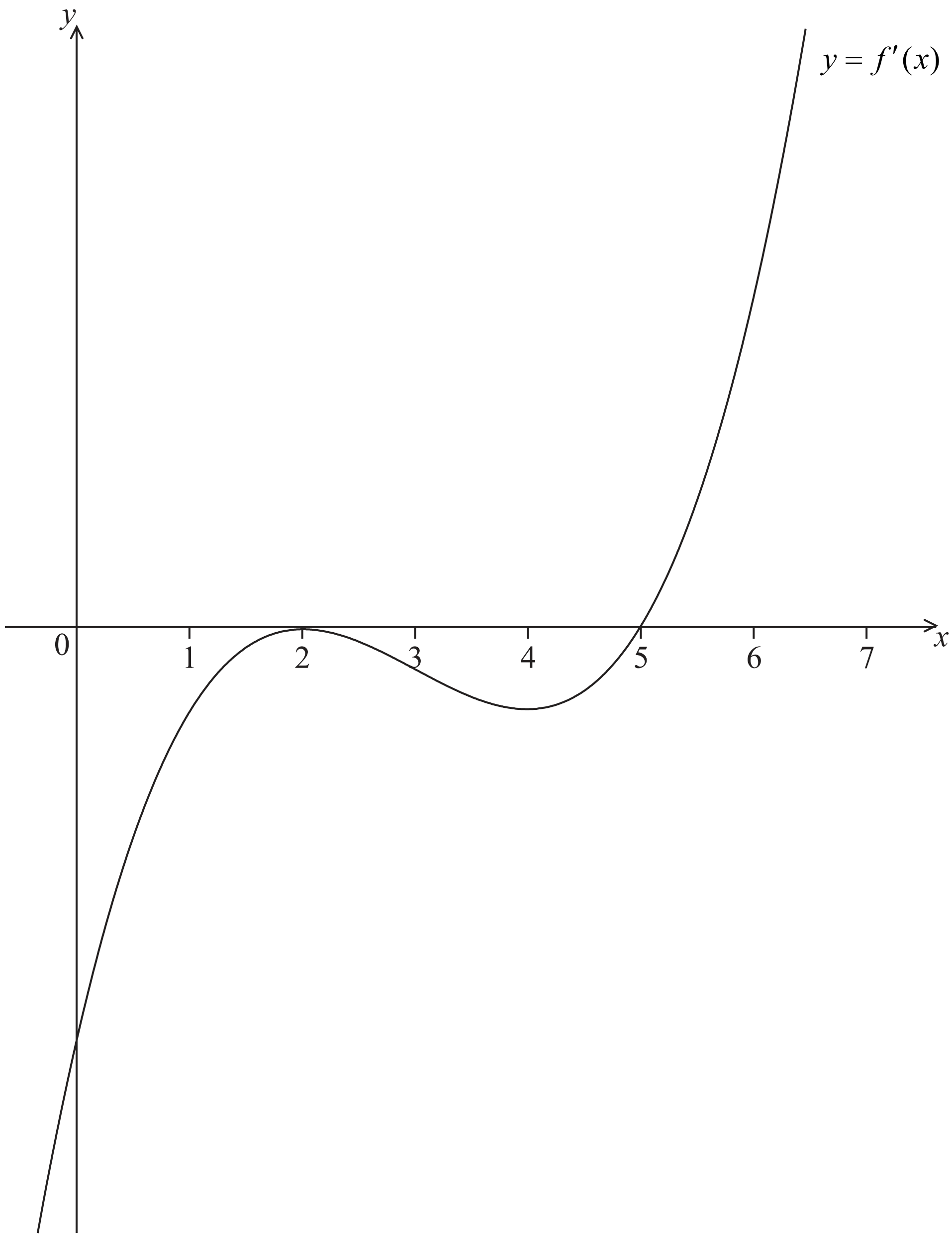
(b) Muestre que las coordenadas de C son $(-1\,,1\,,2)$. [5]

(c) Un punto D pertenece a la recta L_2 de modo tal que $\left|\overrightarrow{\mathrm{CD}}\right| = \sqrt{18}$ y $\overrightarrow{\mathrm{CA}} \bullet \overrightarrow{\mathrm{CD}} = -9$.
Halle $\mathrm{A\hat{C}D}$. [7]

No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 15]

Sea $y = f(x)$, para $-0{,}5 \leq x \leq 6{,}5$. La siguiente figura muestra el gráfico de f', la derivada de f.



El gráfico de f' tiene un máximo local en $x = 2$, un mínimo local en $x = 4$, y corta al eje x en el punto $(5, 0)$.

(a) Explique por qué el gráfico de f tiene un mínimo local en $x = 5$. [2]

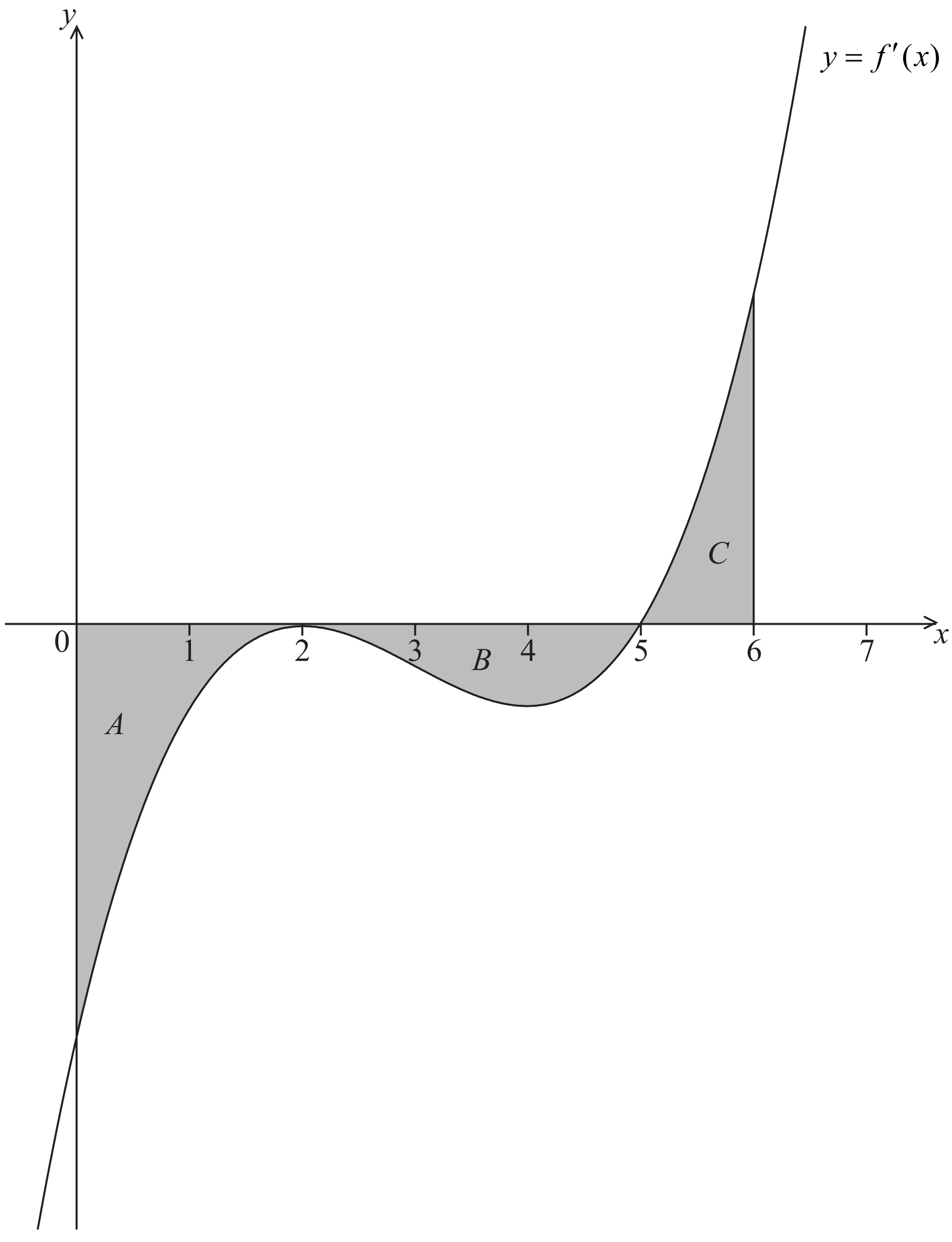
(b) Halle el conjunto de valores de x para los cuales el gráfico de f es cóncavo hacia abajo. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

No escriba soluciones en esta página.

(Pregunta 10: continuación)

La siguiente figura muestra las regiones sombreadas A, B y C.



Las regiones están delimitadas por el gráfico de f', el eje y, el eje x y la recta $x = 6$. El área de la región A es igual a 12, el área de la región B es igual a $6{,}75$ y el área de la región C es igual a $6{,}75$.

(c) Sabiendo que $f(0) = 14$, halle $f(6)$. [5]

(d) Sea $g(x) = \left(f(x)\right)^2$. Sabiendo que $f'(6) = 16$, halle la ecuación de la tangente al gráfico de g en el punto donde $x = 6$. [6]

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.